المحاضرة الثالثة:

الحالات الخاصة لحركة الجسيم

المؤشر الأساسي لطبيعة حركة الجسيم هو متجه التسارع $\vec{a}$ من خلاله نحدد طبيعة الحركة:

1- في حال: $\vec{a}=\vec{0} \Leftarrow a_t=\frac{dv}{dt}=0$ ، $a_n=\frac{v^2}{\rho}=0$

بمعنى الحركة الجسيم له تسارع مماسي

$a_t=\frac{dv}{dt}$ اي تغير فيه (طويلة) متجاه السرعة بالنسبة للزمن

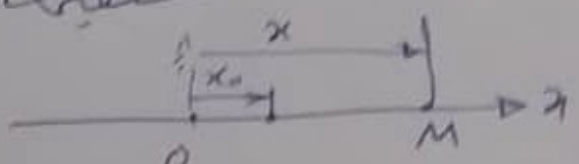
وتسارع ناظمي يعبر عن تغير منحنى متجاه السرعة $a_n=\frac{v^2}{\rho}$

بما ان في هذه الحالة $a_t=0$ اي السرعة ثابتة $v=const$

والتسارع الناظمي $a_n=0$ اي $\rho\to\infty$ اي مستقيمة $\vec{a}=\vec{0}$

وحركة مستقيمة متغيرة معادلة الحركة

$x=vt+x_0$



2- $a_t=\frac{dv}{dt}\neq 0$ ، $a_n=0$

$a_n=0$ هذا يعني الحركة مستقيمة

$a_t\neq 0$ ان فيه السرعة تتغير مع الزمن

$a=a_t \Leftarrow$

① $a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow dv=adt$ ، $\Rightarrow dt$ بحذف الربط

② $v=\frac{dx}{dt}$ $\int$ $vdv=adx$ ③

في حال $a=const \Leftarrow$ حركة مستقيمة متغيرة بانتظام

عندئذ من ① $\Leftarrow v=at+v_0$

(2) $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$: نشتق ② نحصل على ①

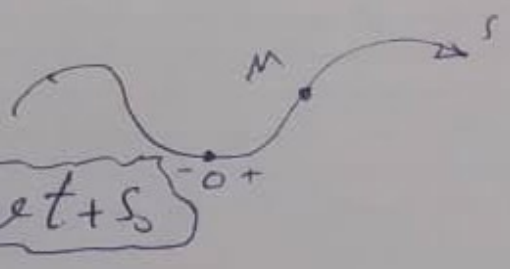
$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ ⇐ ③ من

٣- $a_t = 0$ $\quad a_n \neq 0$

$a_t = 0$ هذا يعني بأن قيمة السرعة لا تتغير أي يكون متحرك $v = const$ والمسار الذي يتبعه الجسم أي حركة منحنية منتظمة:

$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow$

$ds = v\,dt \Rightarrow \boxed{S = vt + S_0}$



٤- $a_t \neq 0$ ، $a_n \neq 0$

أي حركة منحنية متغيرة

$a_t = \frac{dv}{dt}$
$v = \frac{ds}{dt}$
} بحذف الوسيط $v\,dv = a_t\,ds$

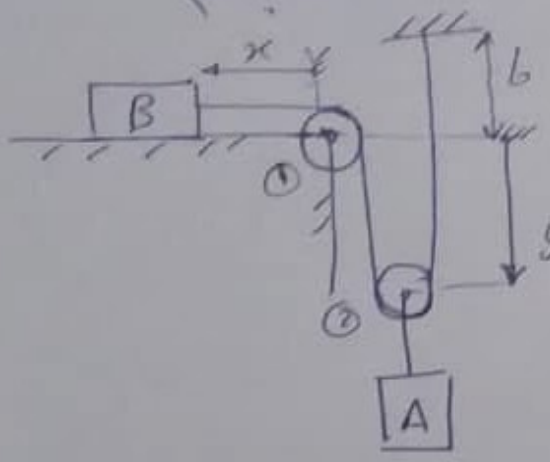
في حال $a_t = const$ حركة منحنية متغيرة بانتظام) وعندئذ نعوض في المعادلات السابقة كما يلي:

$S = \frac{1}{2}a_t t^2 + v_0 t + S_0$

$v = a_t t + v_0$

$v^2 - v_0^2 = 2a_t \Delta S$

(3) الحركات المستقيمة الغير مستقلة للأجسام



تعريف: عندما يتعلق وصف حركة جسم أو أكثر أو أكثر بحركة جسم آخر نقول عن الحركة غير مستقلة

نلاحظ عندما يتحرك الجسم A للأسفل سوف يتحرك الجسم B ولإيجاد العلاقة بين حركة A و حركة B نتطلق دائما من طول الحبل الرابط بينهما، الذي طوله ثابت ودوما لا يتغير أثناء الحركة

نسمي الحالة السابقة طول الحبل L

$$L = x + 2y + b + \underbrace{\frac{\pi r_1}{2} + \pi r_2}_{l'} = x + 2y + l'$$

l': ثابت لا يتغير

نشتق العلاقة بالنسبة للزمن:

$$0 = \dot{x} + 2\dot{y} + 0 \Rightarrow \dot{x} + 2\dot{y} = 0$$

$$v_B + 2v_A = 0 \Rightarrow \boxed{v_B = -2v_A}$$

أي سرعة الجسم B ضعف سرعة الجسم A وسوف يأخذ الإشارة (-) أي بعكس المحور x

نشتق مرة أخرى

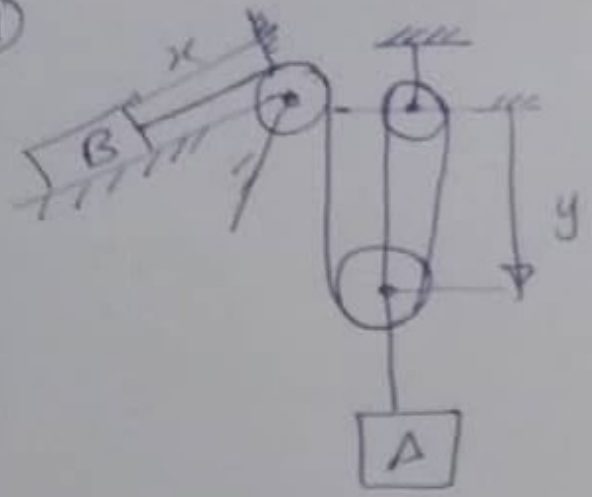
$$a_B + 2a_A = 0 \Rightarrow \boxed{a_B = -2a_A}$$

أيضاً نستنتج

$$\Delta x_B + 2\Delta y_A = 0 \Rightarrow \Delta x_B = -2\Delta y_A$$

أي عندما يتحرك A مسافة Δy للأسفل يتحرك B ضعف المسافة إلى اليمين

④



مثال 1 ص

طول الحبل الثابت

$x+3y = L = cst$

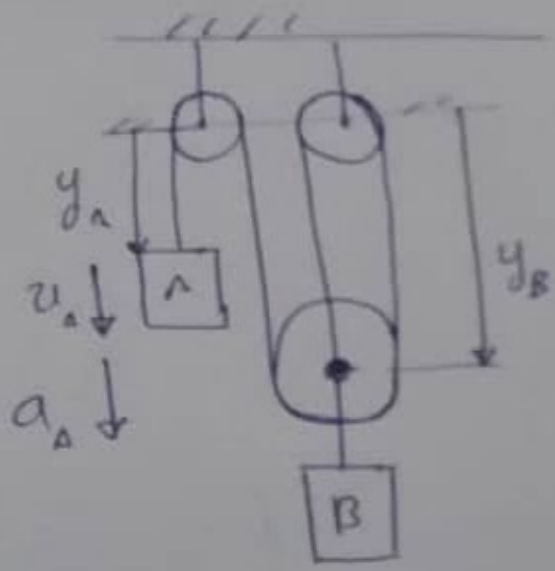
لم نأخذ اجزاء الحبل التي تلتف على البكرات لانها لا تتغير اثناء الحركة

نشتق

$v_B + 3v_A = 0$

$a_B + 3a_A = 0$

$\Delta x_B + 3\Delta y_A = 0$



مثال: تبدأ الحمولة A بالسكون اذا كانت في اللحظة المبينة في الشكل

سرعتها للاسطوانة A $v_A = 6\,m.s^{-1}$

وتسارعها $a_A = 1{,}5\,m.s^{-2}$ اوجد بعد ثلاث ثواني

1- سرعة الاسطوانة B

2- تسارع B

3- المسافة التي تقطعها كل من الاسطوانتين

$y_A + 3y_B = cst$

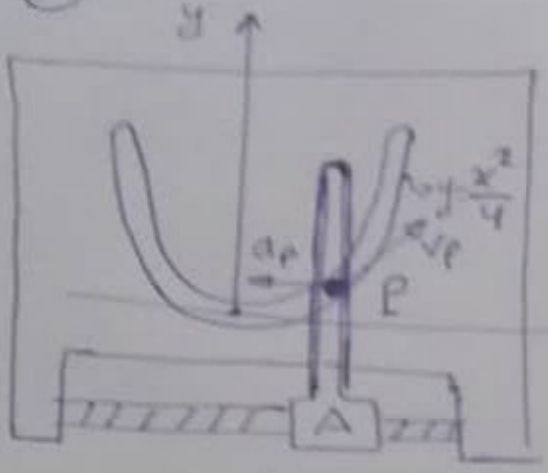
$v_A + 3v_B = 0 \Rightarrow v_B = \frac{-6}{3} = -2\,m.s^{-1}\uparrow$

$a_A + 3a_B = 0 \Rightarrow a_B = -\frac{a_A}{3} = \frac{-1{,}5}{3} = -0{,}5\,m.s^{-2}\uparrow$

$\Delta y_A + 3\Delta y = 0 \Rightarrow \Delta y_B = -\frac{\Delta y_A}{3}$

$\Delta y_A = \frac{1}{2} a_A t^2 = \frac{1}{2} 1{,}5 \times 9 = 6{,}75\,m \Rightarrow \Delta y_B = 2{,}25\,m$

⑤



مثال:
يتحرك المتحرك P في الفراغ المحدد له والذي على شكل قطع مكافئ معادلته $y=x^2/4$ بواسطة الذراع الشاقولي A الذي يتحرك وفق المعادلة:

$x = 4\sin(2t)$

حيث x تقدر بـ cm و t بالثواني

المطلوب عندما $t=\frac{\pi}{8}$ s:

1- تحديد مركبات السرعة $(\dot{x}, \dot{y})$

2- سرعة وتسارع المتحرك P

$$x = 4\sin\left(2\frac{\pi}{8}\right) = 4\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\ cm$$

$$y = \frac{x^2}{4} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{4} = \frac{8}{4} = 2\ cm$$

$$v_p = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = \dot{x} = 4\cdot 2\cos(2t) = 8\cos\left(2\frac{\pi}{8}\right) = 4\sqrt{2}\ cm.s^{-1}$$

$$v_y = \dot{y} = \frac{1}{4}(2\dot{x}x) = \frac{\dot{x}x}{2} = \frac{4\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}}{2} = 8\ cm\ s^{-1}$$

$$v_p = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32+64} = \sqrt{96}\ cm.s^{-1}$$

v_p ماسي لـ x وعلى y

$$a_p = \sqrt{a_{px}^2 + a_{py}^2},\quad a_{px} = \dot{v}_x = -16\sin\left(2\frac{\pi}{8}\right) = -8\sqrt{2}$$

$$a_{py} = \dot{v}_y = \left(\frac{\dot{x}x}{2}\right)^{\cdot} = \frac{1}{2}(\ddot{x}x + \dot{x}\dot{x})$$

$$a_{py} = \frac{1}{2}(-8\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2} + (4\sqrt{2})^2) = -16+16 = 0$$

$$a_p = 8\sqrt{2}\ cm.s^{-2}$$